

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы физики  
и исследований им. Ландау  
А.В. Рогачев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Введение в теорию групп и алгебр Ли
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова кафедра физики высоких энергий
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

5 (осенний) - Дифференцированный зачет  
6 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 105 всего, в том числе:

лекции: 60 час.  
семинары: 45 час.  
лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 135 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 270, всего зач. ед.: 6

Программу составил: В.В. Кабаченко, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры физики высоких энергий 24.05.2021

## Аннотация

Курс «Введение в теорию групп и алгебр Ли» состоит из двух частей, каждая из которых, условно, занимает один семестр.

Первую часть кратко можно охарактеризовать так: изучение взаимосвязей групп и алгебр Ли – как структура группы Ли отображается в соответствующей алгебре Ли, как и какие группы Ли восстанавливаются по алгебре Ли, какую информацию о соответствующих группах Ли несет алгебра Ли. Список тем, затрагиваемых в первой части, следующий: необходимые понятия из теории абстрактных групп, общей топологии и теории гладких многообразий; топологические характеристики групп Ли; классические линейные группы Ли и их алгебры; экспоненциальное отображение; элементы теории представлений групп и алгебр Ли; симметричная билинейная форма Картана-Киллинга и критерий Картана полупростоты алгебры; инвариантная мера и интегрирование по групповому многообразию.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- получение базовых знаний по теории групп и алгебр Ли, включая знакомство с классическими линейными группами Ли и полной классификацией простых алгебр Ли, для дальнейшего использования в теоретической физике, особенно в теориях фундаментальных взаимодействий;
- формирование математической культуры и исследовательских навыков.

#### Задачи дисциплины

- усвоение основных понятий и идей теории групп и алгебр Ли;
- овладение языком и методами теории групп и алгебр Ли;
- формирование ясного представления о роли групп Ли для описания физических симметрий;
- формирование умений и навыков использования теоретико-групповых методов в задачах квантовой теории.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований, и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики
	ПК-1.2 Имеет глубокое знание и понимание базовых математических дисциплин

ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-2.3 Способен представлять научные утверждения, их обоснования и доказательства, научные проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, в письменной и устной форме
---	--

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия и идеи теории групп и алгебр Ли;
- соответствие между группами и алгебрами Ли, восстановление групп Ли по алгебре Ли;
- классификацию простых алгебр Ли.

уметь:

- находить алгебру Ли заданной группы Ли, ее структурные константы, форму Картана-Киллинга;
- находить метрический тензор и инвариантную меру на групповом многообразии;
- определять тип алгебры Ли, строить производные и центральные ряды;
- восстанавливать систему корней по простым корням.

владеть:

- терминологией теории групп и алгебр Ли;
- навыками работы с алгебрами и группами Ли, имеющими применения в Стандартной Модели элементарных частиц.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Элементы теории абстрактных групп	2	1		7
2	Гладкие многообразия и группы Ли	2	1		7
3	Топологические характеристики групп Ли	2	1		7
4	Основные типы матричных групп Ли	2	1		7
5	Алгебры Ли	2	1		7
6	Экспоненциальное отображение алгебры Ли в группу Ли	2	1		7
7	Соответствие понятий для групп и алгебр Ли	3	1		8
8	Восстановление связных групп Ли по алгебре Ли	3	1		8
9	Линейные представления групп и алгебр Ли	3	1		8
10	Билинейная форма Картана-Киллинга в алгебре Ли	3	2		8
11	Метрика и объем на групповом многообразии	3	2		8
12	Конечномерные неприводимые представления алгебры $sl(2, \mathbb{C})$	3	2		8
13	Подалгебра Картана	6	6		9
14	Структура полупростой алгебры	6	6		9

15	Система корней	6	6		9
16	Восстановление системы корней по простым корням	6	6		9
17	Классификация простых алгебр Ли	6	6		9
Итого часов		60	45		135
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		270 час., 6 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

##### 1. Элементы теории абстрактных групп

Группа. Абелева группа. Неабелева группа. Конечные и бесконечные группы. Подгруппа. Сопряженные (подобные) подгруппы. Нормальная (инвариантная) подгруппа. Центр и центральные подгруппы.

Смежные классы (правые и левые) по подгруппе. Фактор-пространство. Представители смежных классов. Однозначное разложение элемента группы на произведение представителя смежного класса и элемента из подгруппы. Умножение смежных классов по нормальной подгруппе. Фактор-группа.

Действие группы на множестве (пространстве). Действие группы на групповом множестве --- левые и правые сдвиги, преобразование подобия. Орбиты группы. Однородное пространство. Стационарная подгруппа точки пространства, на котором определено действие группы. Эквивалентность точек однородного пространства --- сопряженность стационарных подгрупп. Взаимно однозначное соответствие между точками однородного пространства и точками фактор-пространства.

Гомоморфизм групп. Образ и ядро гомоморфизма. Изоморфизм, критерий изоморфизма. Накрывающий гомоморфизм, вложение. Внутренние и внешние автоморфизмы. Основная теорема о гомоморфизме.

Алгебраические типы групп.

Прямое произведение групп. Полупрямое произведение групп.

##### 2. Гладкие многообразия и группы Ли

Топологическое многообразие (локально евклидово пространство). Карта и локальные координаты. Атлас карт. Класс гладкости и условие самосогласованности карт. Гладкое многообразие. Комплексное аналитическое многообразие.

Гладкие отображения гладких многообразий. Матрица Якоби и ранг отображения. Отображения максимального ранга. Диффеоморфизм.

Подмногообразие вложения. Регулярное подмногообразие. Замкнутость регулярного подмногообразия. Регулярное подмногообразие евклидова пространства.

Группы Ли. Вещественные и комплексные группы Ли. Подгруппы Ли (замкнутые подгруппы). Алгебраические типы групп Ли.

##### 3. Топологические характеристики групп Ли

Компактность. Критерий компактности для матричных групп Ли.

Связность. Связные компоненты несвязной группы Ли. Связная компонента единицы (нормальность компоненты единицы, дискретность фактор-группы по компоненте единицы). Конечная порожденность связной группы Ли.

Непрерывные кривые на группе Ли. Непрерывная деформация непрерывной кривой. Односвязность.

Примеры: разбор топологических характеристик групп  $SL(2, \mathbb{R})$ ,  $SO(3)$  и  $SU(2)$ .

Структура расслоения на группе Ли. Использование расслоения для установления топологических характеристик.

#### 4. Основные типы матричных групп Ли

Классические линейные группы Ли; их топологические характеристики.

Неполупростые матричные группы Ли, получаемые наложением линейных ограничений на матричные элементы; их топологические характеристики.

#### 5. Алгебры Ли

Абстрактная алгебра Ли. Тождество Якоби. Структурные константы. Вещественные и комплексные алгебры Ли. Овеществление комплексной алгебры Ли.

Пространство касательных векторов в точке гладкого многообразия. Касательное пространство в единичном элементе группы Ли как алгебра Ли. Связность группы Ли и алгебра Ли.

Алгебры основных типов матричных групп Ли и их размерности.

#### 6. Экспоненциальное отображение алгебры Ли в группу Ли

Экспоненцирование матричной алгебры Ли. Элементарные свойства матричной экспоненты. Формула Бейкера-Кэмпбелла-Хаусдорфа.

Канонические координаты на группе Ли и фактор-многообразии.

Однопараметрические подгруппы. Дифференциальное уравнение для однопараметрической подгруппы. Глобальное поведение однопараметрических подгрупп.

#### 7. Соответствие понятий для групп и алгебр Ли

Подалгебра, инвариантная подалгебра (идеал), фактор-пространство и фактор-алгебра.

Гомоморфизм алгебр Ли. Изоморфизм алгебр Ли и локальный изоморфизм групп Ли. Группа всех автоморфизмов и дифференцирование алгебры Ли. Присоединенная группа и внутренние дифференцирования алгебры Ли.

Типы алгебр Ли.

Прямая и полупрямая сумма алгебр Ли.

#### 8. Восстановление связных групп Ли по алгебре Ли

Какие группы Ли имеют одинаковую алгебру Ли. Универсальная накрывающая группа и ее фактор-группы по центральным подгруппам.

Теорема о монодромии: гомоморфизм алгебр Ли определяет локальный гомоморфизм групп Ли, который однозначно продолжается на всю группу Ли, если она односвязна.

Разбор некоторых примеров групп Ли с одинаковыми алгебрами Ли ( $\mathfrak{so}(3)$ ,  $\mathfrak{so}(2,1)$ ,  $\mathfrak{so}(4) = \mathfrak{so}(3) + \mathfrak{so}(3)$ ,  $\mathfrak{so}(3,1)$ ).

Накрытие связной компактной группы Ли экспоненциальным отображением (на примере классических компактных групп Ли).

#### 9. Линейные представления групп и алгебр Ли

Определения линейных представлений групп и алгебр Ли. Пространство представления. Размерность представления. Точные представления. Эквивалентные (подобные) представления. Связь между представлениями алгебры Ли и групп Ли с данной алгеброй.

Комплексные представления. Комплексно сопряженные представления. Вещественно подобные и вещественные представления. Комплексификация вещественной алгебры Ли. Вещественные формы комплексной алгебры Ли.

Лемма Шура. Центральные подгруппы классических линейных групп Ли.

Инвариантное подпространство. Фактор-представление. Неприводимые, приводимые и полностью приводимые представления. Унитарные представления. Полная приводимость конечномерных унитарных представлений.

Присоединенное представление группы Ли и присоединенное представление алгебры Ли. Типы алгебр Ли и их отражение в структуре матриц присоединенного представления.

Теоремы Ли и Энгеля о конечномерных представлениях разрешимых и нильпотентных групп и алгебр Ли.

#### 10. Билинейная форма Картана-Киллинга в алгебре Ли

Определение. Инвариантность формы Картана-Киллинга относительно всех автоморфизмов алгебры Ли. Метрический тензор Картана. Основные свойства формы. Ограничение на подалгебру.

Критерии принадлежности алгебры Ли к определенному типу. Критерий Картана полупростоты.

Разложение алгебры Ли по полупростой подалгебре. Разложение полупростой алгебры Ли в прямую сумму простых. Точность присоединенного представления полупростой алгебры Ли.

Критерий компактности вещественной группы Ли. Разложение Картана алгебры некомпактной полупростой вещественной группы Ли.

Дифференцирование полупростой алгебры Ли. Другие инвариантные скалярные произведения. Квадратичный оператор Казимира.

#### 11. Метрика и объем на групповом многообразии

Инвариантный метрический тензор на группе Ли --- распространение метрического тензора Картана по групповому многообразию левыми (правыми) сдвигами. Инвариантный метрический тензор на полупростой группе Ли. Метрический тензор на фактор-многообразии.

Инвариантный элемент объема и интегрирование по группе Ли. Связь между элементом объема и метрическим тензором для полупростой группы Ли. Унитарность (и полная приводимость) конечномерных представлений компактных групп Ли.

#### 12. Конечномерные неприводимые представления алгебры $sl(2, \mathbb{C})$

Веса и весовые векторы представления. Старший вес неприводимого представления, размерность неприводимого представления. Явный вид матриц представления.

Модуль Верма.

Представление вещественных форм  $sl(2, \mathbb{R}) = su(1,1)$  и  $su(2)$ . Унитарность представлений алгебры  $su(2)$ . Вещественные и псевдо-вещественные представления алгебры  $su(2)$ .

### Семестр: 6 (Весенний)

#### 13. Подалгебра Картана

Ранг алгебры. Регулярный элемент

Корневые подпространства регулярного элемента. Коммутационные соотношения и соотношения ортогональности корневых подпространств.

Подалгебра Картана, размерность подалгебры Картана. Разложение алгебры в прямую сумму корневых подпространств присоединенных операторов элементов подалгебры Картана. Корни.

#### 14. Структура полупростой алгебры

Подалгебры  $sl(2, \mathbb{C})$ , связанные с каждым корнем. Полупростая алгебра, как совокупность пространств неприводимых представлений подалгебр  $sl(2, \mathbb{C})$ .

Одномерность корневых подпространств. Отсутствие кратных корней. Вещественность корней. Серии корней и их свойства.

Канонический базис Картана-Вейля и структурные константы в этом базисе.

## 15. Система корней

Свойства системы корней, отражения. Возможные углы между корнями и отношения их длин. Системы корней первого и второго ранга.

Приводимые и неприводимые системы корней --- полупростые и простые алгебры Ли.

Упорядочивание корней. Положительные и отрицательные корни. Простые корни и их свойства.

## 16. Восстановление системы корней по простым корням

Алгоритм восстановления системы корней из простых корней. Иллюстрации: восстановление всех систем корней второго ранга по их простым корням. Коэффициенты Дынкина и структурная матрица Картана. Описание алгоритма восстановления с использованием структурной матрицы Картана.

Группа Вейля. Камеры Вейля и вектор Вейля. Однозначность восстановления системы корней по простым корням (независимость от разделения корней на положительные и отрицательные).

## 17. Классификация простых алгебр Ли

Диаграммы Дынкина. Несвязные и связные диаграммы Дынкина --- приводимые и неприводимые системы простых корней. Анализ допустимых диаграмм Дынкина. Классификация связных диаграмм Дынкина --- четыре бесконечные серии и пять исключительных диаграмм Дынкина.

Компактная и некомпактные вещественные формы простой комплексной алгебры Ли.

Случайные изоморфизмы комплексных алгебр и их вещественных форм.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для занятий требуется аудитория, оборудованная доской, проектором и экраном.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Группы симметрии и элементарные частицы [Текст] : уч. пособие / В. Д. Ляховский, А. А. Болохов ; Ленингр. гос. ун-т им. А. А. Жданова. — Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1983. — 338 с.
2. Ф. Гюрши, ``Введение в теорию групп"
3. R. Gilmore, ``Lie groups, physics, and geometry"
4. H. Georgi, ``Lie Algebras in Particle Physics. From isospin to Unified Theories"

### Дополнительная литература

1. Компактные группы Ли и их представления [Текст]/Д. П. Желобенко, -М., Наука, 1970
2. Дифференциальная геометрия и симметрические пространства [Текст]/С. Хелгасон, -М., Мир, 1964
3. Э.Б. Винберг, А.Л. Онищик, ``Основы теории групп Ли"
4. Brian C. Hall, ``Lie Groups, Lie Algebras, and Representations"
5. R. Gilmore, ``Lie groups, Lie algebras and some of their application"
6. А.П. Исаев, В.А. Рубаков, ``Теория групп и симметрий: Конечные группы. Группы и алгебры Ли"

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathlab и Mathematica.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения дисциплины, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.



## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова кафедра физики высоких энергий
<b>курс:</b>	<u>3</u>
<b>квалификация:</b>	бакалавр
Семестры, формы промежуточной аттестации:	
5 (осенний) - Дифференцированный зачет	
6 (весенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	В.В. Кабаченко, канд. физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований, и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики
	ПК-1.2 Имеет глубокое знание и понимание базовых математических дисциплин
ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-2.3 Способен представлять научные утверждения, их обоснования и доказательства, научные проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, в письменной и устной форме

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в теорию групп и алгебр Ли» обучающийся должен:

### знать:

- основные понятия и идеи теории групп и алгебр Ли;
- соответствие между группами и алгебрами Ли, восстановление групп Ли по алгебре Ли;
- классификацию простых алгебр Ли.

### уметь:

- находить алгебру Ли заданной группы Ли, ее структурные константы, форму Картана-Киллинга;
- находить метрический тензор и инвариантную меру на групповом многообразии;
- определять тип алгебры Ли, строить производные и центральные ряды;
- восстанавливать систему корней по простым корням.

### владеть:

терминологией теории групп и алгебр Ли;  
навыками работы с алгебрами и группами Ли, имеющими применения в Стандартной Модели элементарных частиц.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Не предусмотрено.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

### Перечень контрольных вопросов

1. Какая группа называется нормальной? Что такое фактор-группа.
2. Критерий компактности матричной группы Ли.
3. Как изменяются структурные константы алгебры Ли при замене базиса?
4. Привести пример полупрямого произведения групп.
5. Какие вещественные формы имеет алгебра  $sl(n, \mathbb{C})$ ?

### Примеры контрольных заданий

1. Доказать теорему Лагранжа.
2. Показать, что все группы порядка не более пяти, включительно, являются абелевыми.
3. Вычислить элемент объема на двумерной сфере, исходя из того, что она является фактор-многообразием  $SO(3)/SO(2)$ .
4. Восстановить все системы корней второго ранга из их простых корней.
5. Построить неприводимые конечномерные представления алгебры  $su(2)$  методом старшего веса,

### Примеры экзаменационных билетов

#### Билет 1.

1. Типы гомоморфизмов. Критерий изоморфизма. Основная теорема о гомоморфизме.
2. Ранг алгебры.

#### Билет 2.

1. Топологические характеристики групп Ли.
2. Вывод инвариантного элемента объема на группе Ли.

#### Билет 3.

1. Алгебраические типы групп.
2. Системы корней второго ранга.

#### Билет 4.

1. Критерий Картана полупростоты алгебры Ли.
2. Корневые подпространства регулярного элемента, их коммутационные соотношения и соотношения ортогональности.

#### Билет 5.

1. Основные типы матричных групп Ли, их топологические характеристики.
2. Структурная матрица Картана. Алгоритм восстановления системы корней по простым корням.

### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Прием экзамена и дифференцированного зачета проводится по билетам. В каждом билете представлено два задания. Обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.